Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 12

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_1+a_3=2a_2$, deci $a_1+2a_2+a_3=4a_2$	**3p**
	$a_2=1$	**2p**
2.	$f(3)=3^2+3+6=18$, $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+6=\frac{58}{9}$	**2p**
	$f(3)\cdot f\left(\frac{1}{3}\right)=18\cdot\frac{58}{9}=116$, care este număr natural	**3p**
3.	$\log_5\left((4-x)(24-x)\right)=3\Rightarrow(4-x)(24-x)=125\Rightarrow x^2-28x-29=0$	**3p**
	$x=-1$, care convine, sau $x=29$, care nu convine	**2p**
4.	Mulțimea are $C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$ submulțimi cu două elemente, unde n este numărul de elemente ale mulțimii, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$, deci $\frac{n(n-1)}{2}=45$, de unde obținem $n^2-n-90=0$	**2p**
	Cum n este număr natural, $n\geq 2$, obținem $n=10$	**2p**
5.	$\vec{u}-\vec{v}=(a-1)\vec{i}+4\vec{j}$, $3\vec{v}=3\vec{i}-3\vec{j}$	**2p**
	Vectorii $\vec{u}-\vec{v}$ și $3\vec{v}$ sunt coliniari, deci $\frac{a-1}{3}=-\frac{4}{3}$, de unde obținem $a=-3$	**3p**
6.	Triunghiul are ipotenuza egală cu 10 și aria $S=\frac{6\cdot 8}{2}=24$	**2p**
	$r=\frac{S}{p}=\frac{24}{12}=2$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}5 & 10\\ -2 & -4\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}5 & 10\\ -2 & -4\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=5\cdot(-4)-10\cdot(-2)=0$	**3p**
b)	$A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}5-10a+a^2 & 10-20a\\ -2+4a & -4+8a+a^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\begin{pmatrix}5-10a+a^2 & 10-20a\\ -2+4a & -4+8a+a^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 10\\ -2 & -4\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=0$	**2p**
c)	$A(-1)=\begin{pmatrix}6 & 10\\ -2 & -3\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(-1)\right)=2\neq 0$, deci $A(-1)$ este inversabilă și $\left(A(-1)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{3}{2} & -5\\ 1 & 3\end{pmatrix}$	**3p**

	$X=\left(A(-1)\right)^{-1}\cdot A(0)$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}\frac{5}{2} & 5\\ -1 & -2\end{pmatrix}$	2p
2.a)	$5*8=3\cdot 5-2\cdot 8+1=$ $=15-16+1=0$	3p 2p
b)	$3\cdot 2020^x-2\cdot 2020^x+1=2\Leftrightarrow 2020^x=1$ $x=0$	2p 3p
c)	De exemplu, pentru $m=2k-1$ și $n=3k-1$, unde $k\in\mathbb{Z}$, obținem $m*n=(2k-1)*(3k-1)=$ $=3(2k-1)-2(3k-1)+1=6k-3-6k+2+1=0$, deci există o infinitate de perechi (m,n) de numere întregi pentru care $m*n=0$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)=$ $=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, $x\in\mathbb{R}$	3p 2p
b)	Tangenta la graficul funcţiei f în punctul $A(a,f(a))$ are panta $f'(a)=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+1}}$ Tangenta la graficul funcţiei f în punctul $B(-a,f(-a))$ are panta $f'(-a)=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+1}}$ și, cum, pentru orice număr real nenul a, $f'(-a)=f'(a)$, obținem că tangentele la graficul funcţiei f în punctele $A(a,f(a))$ și $B(-a,f(-a))$ sunt paralele	2p 3p
c)	$f(x)-f(-x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\ln\left(-x+\sqrt{(-x)^2+1}\right)=\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}-x}=2\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=2f(x)$, pentru orice număr real x $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-f(-x)}{\ln x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2f(x)}{\ln x}=2\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f'(x)}{(\ln x)'}=2\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=2$	3p 2p
2.a)	$\int\limits_0^1\left(x+2\ln(2x+1)-2\ln(2x+1)\right)dx=\int\limits_0^1 x\,dx=$ $=\left.\dfrac{x^2}{2}\right\|_0^1=\dfrac{1}{2}$	2p 3p
b)	$\int\limits_0^1 f(x)\,dx=\int\limits_0^1\left(x+2\ln(2x+1)\right)dx=\left.\dfrac{x^2}{2}\right\|_0^1+\int\limits_0^1(2x+1)'\ln(2x+1)dx=$ $=\dfrac{1}{2}+\left.(2x+1)\ln(2x+1)\right\|_0^1-\int\limits_0^1 2\,dx=\dfrac{1}{2}+3\ln 3-2=3\ln 3-\dfrac{3}{2}$	3p 2p
c)	$F'(x)=f(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$, deci funcția F este crescătoare pe $[0,+\infty)$ Cum $\pi<3{,}2=\dfrac{16}{5}$, obținem $F(\pi)\leq F\left(\dfrac{16}{5}\right)$	3p 2p